Zadanie 3:

Dla danego obiektu:

$$G(s)=\frac{1}{s(s+0{,}6)(s+2{,}5)}$$

przeprowadzić korektę położenia biegunów do następujących wartości:

$$s_{1,2}=-0{,}2\pm j0{,}2$$
$$s_3=0$$

Rozwiązanie:

Wyznaczam zmienne stanu w postaci kanonicznej sterowalnej {A,b,c,d}

```
>> [A,b,c,d]=tf2ss([1],[1 3.1 1.5 0])

A =

   -3.1000   -1.5000         0
    1.0000         0         0
         0    1.0000         0


b =

     1
     0
     0


c =

     0     0     1


d =

     0
```

Deklaruję zmienną s

```
>> syms s
```

Wyznaczam wielomian charakterystyczny

```
>> rown=det(s*eye(3)-A)

rown =

s^3+31/10*s^2+3/2*s
```

Wyznaczam żądany wielomian charakterystyczny

```
>> rown2=(s+2-j*0.2)*(s+2+j*0.2)*s

rown2 =

(s+2-1/5*i)*(s+2+1/5*i)*s
```

Upraszczam, by wyznaczyć kolejne współczynniki równań

```
>> rown2=simple(rown2)

rown2 =
```

```
s^3+4*s^2+101/25*s

>> a1=4.0400

a1 =

    4.0400

>> a0=0

a0 =

     0

>> a2=4

a2 =

     4

>> alfa0=0

alfa0 =

     0

>> alfa1=3/2

alfa1 =

    1.5000

>> alfa2=31/10

alfa2 =

    3.1000
```

Można teraz wyznaczyć macierz wzmocnień dla postaci kanonicznej sterowalnej

```
>> kprim=[a0-alfa0 a1-alfa1 a2-alfa2]

kprim =

         0    2.5400    0.9000

>> T=[alfa1 alfa2 1; alfa2 1 0; 1 0 0]
```

Wyznaczam odwrotność macierzy sterowalności dla realizacji kanonicznej sterowalnej

```
T =

    1.5000    3.1000    1.0000
    3.1000    1.0000         0
    1.0000         0         0
```

Wyznaczam macierz sterowalności

```
>> W=ctrb(A,b)

W =

    1.0000   -3.1000    8.1100
         0    1.0000   -3.1000
         0         0    1.0000
```

Teraz odwrotność macierzy przekształcenia równoważnościowego

```
>> Pminus1=W*T

Pminus1 =
```

```
     0     0     1
     0     1     0
     1     0     0
```

Macierz przekształcenia równoważnościowego

```
>> Ptrans=Pminus1'

Ptrans =

     0     0     1
     0     1     0
     1     0     0

>> k=kprim*Ptrans

k =

    0.9000    2.5400         0
```

Wykonując powyższe obliczenia otrzymaliśmy macierz wzmocnień niezbędną do przesunięcia biegunów równania w zadane przez zadanie miejsca. W rozwiązaniu wspomogliśmy się programem Matlab ver. 6.5.

Wykonuję sprawdzenie dla powyższej macierzy wzmocnień

```
>> spr=det(s*eye(3)-A+b*k)

spr =

s^3+4*s^2+101/25*s

>> roots([1, 4, 101/25, 0])

ans =

        0
  -2.0000 + 0.2000i
  -2.0000 - 0.2000i

>>
```

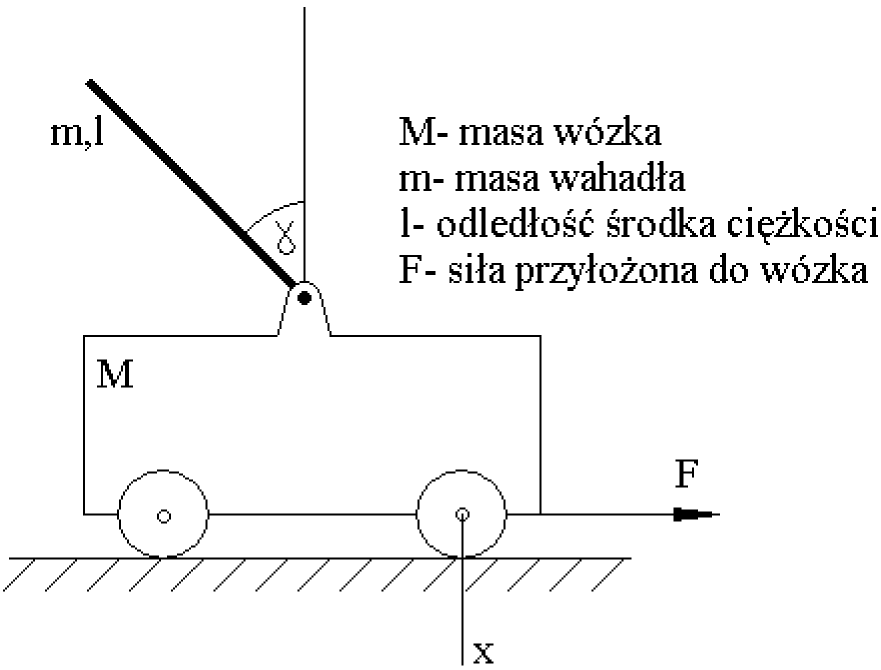
Pierwiastki takie, jak założone.

Zadanie 5:

Dla danego wahadła odwróconego przeprowadzić korektę położenia biegunów w cyfrowym układzie sprzężenia od stanu:

$$z_{1,2} = 0{,}88692$$

$$z_{3,4} = 0{,}86719$$



gdzie:

$m=0{,}36kg$
$M=4kg$
$l=0{,}451m$
$M_b=0{,}01110564kg/m^2$
$F_{Twah}=0{,}00145kg\ m^2/s$
$F_{Twoz}=10kg\ m^2/s$

Równania stanu dla układu:

A =

0	1.00000000000000	0	0
0	-2.47000000000000	-0.75700000000000	0.00068000000000
0	0	0	1.00000000000000
0	4.75690000000000	20.34600000000000	-0.01850000000000

B =

0
0.24700000000000
0
-0.47500000000000

C =

1	*0*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*0*

D =

0
0

Rozwiązanie:

Wprowadzam macierze przestrzeni stanów

```
>> A=[0 1 0 0;0 -2.47 -0.757 0.00068; 0 0 0 1; 0 4.769 20.3460 -0.0185]

A =

         0    1.0000         0         0
         0   -2.4700   -0.7570    0.0007
         0         0         0    1.0000
         0    4.7690   20.3460   -0.0185

>> b=[0;0.247;0;-0.475]

b =

         0
    0.2470
         0
   -0.4750

>> c=[1 0 0 0 ; 0 0 1 0]

c =

     1     0     0     0
     0     0     1     0

>> d=[0;0]

d =

     0
     0
```

Deklaruję macierz jednostkową

```
>> I=eye(4)

I =

     1     0     0     0
```

```
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1
```

Czas próbkowania wynosi

```
>> T=0.03

T =

    0.0300
```

Macierz dla układu cyfrowego jest następująca

```
>> Ad=(I+A*T+(A^2*T^2)/2+(A^3*T^3)/6)

Ad =

    1.0000    0.0289   -0.0003   -0.0000
         0    0.9286   -0.0220   -0.0003
         0    0.0021    1.0091    0.0301
         0    0.1383    0.6105    1.0086


>> syms t

>> Bd=int(Ad*b,t,0,0.03)

Bd =

[     617711183510193/2882303761517117440]
[     1550387213301873/225179981368524800]
[ -23818192820176191/57646075230342348800]
[  -24044742165953343/1801439850948198400]

>> Bd=eval(Bd)

Bd =

    0.0002
    0.0069
   -0.0004
   -0.0133
```

Wyznaczyłem również macierz dla układu cyfrowego B, a teraz obliczam macierz sterowalności

```
>> W=ctrb(Ad,Bd)

W =

    0.0002    0.0004    0.0006    0.0008
    0.0069    0.0064    0.0060    0.0056
   -0.0004   -0.0008   -0.0012   -0.0016
   -0.0133   -0.0128   -0.0125   -0.0125
```

Wyznacznik jest różny od zera tak, jak jest to wymagane, by układ był sterowalny

```
>> det(W)

ans =

  2.4234e-015
```

Deklaruję zmienną s I wyznaczam wielomian charakterystyczny

```
>> syms s
>> char1=det(s*eye(4)-Ad)

char1 =

(s-1)*(s^3-
6634439823361553/2251799813685248*s^2+119344006457545000026625068108935251/41538374868278621
028243970633760768*s-
```

```
4444403458553219961126170129096742215631700388386O509/478904856520590268236983445984471619808085597568237568)
```

Zbieram współczynniki

```
>> char1=collect(char1)

char1 =

s^4-8886239637046801/2251799813685248*s^3+13104091377081271/2251799813685248*s^2-34237600068165827/9007199254740992*s+8358993853286955/9007199254740992

>> alfa0=8358993853286955/9007199254740992

alfa0 =

    0.9280

>> alfa1=-34237600068165827/9007199254740992

alfa1 =

   -3.8011

>> alfa2=13104091377081271/2251799813685248

alfa2 =

    5.8194

>> alfa3=-8886239637046801/2251799813685248

alfa3 =

   -3.9463

>> char2=collect(simple((s-0.88692)*(s-0.88692)*(s-0.86719)*(s-0.86719)))

char2 =

s^4-175411/50000*s^3+46151582017/10000000000*s^2-337283846904057/125000000000000*s+36972382406628 29769/625000000000000000 0
```

Macierz wzmocnień dla postaci kanonicznej sterowalnej

```
>> kprim=[a0-alfa0, a1-alfa1, a2-alfa2, a3-alfa3]

kprim =

  -0.3365    1.1029   -1.2042    0.4381

>> T=[alfa1 alfa2 alfa3 1; alfa2 alfa3 1 0; alfa3 1 0 0;1 0 0 0]
```

Wyznaczam odwrotność macierzy sterowalności dla realizacji kanonicznej sterowalnej

```
T =

  -3.8011    5.8194   -3.9463    1.0000
   5.8194   -3.9463    1.0000         0
  -3.9463    1.0000         0         0
   1.0000         0         0         0


>> Pminus1=W*T

Pminus1 =

   0.0000    0.0002   -0.0004    0.0002
  -0.0069    0.0208   -0.0208    0.0069
  -0.0000   -0.0004    0.0008   -0.0004
   0.0132   -0.0398    0.0399   -0.0133
```

Macierz odwrotna

```
>> Ptrans=Pminus1'

Ptrans =

   0.0000   -0.0069   -0.0000    0.0132
   0.0002    0.0208   -0.0004   -0.0398
  -0.0004   -0.0208    0.0008    0.0399
   0.0002    0.0069   -0.0004   -0.0133

>> k=kprim*Ptrans

k =

   0.0009    0.0532   -0.0016   -0.1022

>>
```

Wykonując powyższe obliczenia otrzymaliśmy macierz wzmocnień niezbędną do przesunięcia biegunów równania w żądane przez zadanie miejsca.

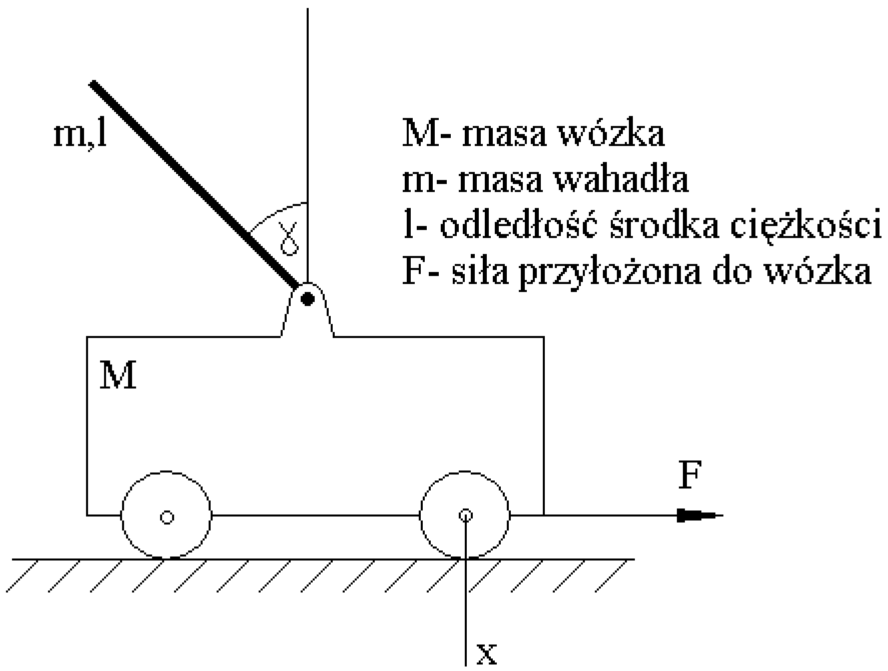
Zadanie 6:

Zastosowanie obserwatora stanu w cyfrowym układzie sterowania wahadłem odwróconym metodą sprzężenia od stanu:

$$z_{1,2} = 0{,}88692$$
$$z_{3,4} = 0{,}86719$$

Wyznaczenie macierzy obserwatora stanu przy założeniu, że jego bieguny przyjmują wartości:

$$z_{1,2}=0{,}9$$



gdzie:

$m=0{,}36kg$
$M=4kg$
$l=0{,}451m$
$M_b=0{,}01110564kg/m^2$
$F_{Twah}=0{,}00145kg\ m^2/s$
$F_{Twoz}=10kg\ m^2/s$

Równania stanu dla układu:

A =

0	1.00000000000000	0	0
0	-2.47000000000000	-0.75700000000000	0.00068000000000

0 0 0 1.00000000000000
1 4.75690000000000 20.34600000000000 -0.01850000000000

B =

0
0.24700000000000
0
-0.47500000000000

C =

1 0 0 0
0 0 1 0

D =

0
0

Rozwiązanie:

Wprowadzam macierze przestrzeni stanów zadanego układu.

```
>> A=[0 1 0 0;0 -2.47 -0.757 0.00068; 0 0 0 1; 0 4.769 20.3460 -0.0185]

A =

        0    1.0000         0         0
        0   -2.4700   -0.7570    0.0007
        0         0         0    1.0000
        0    4.7690   20.3460   -0.0185

>> B=[0;0.247;0;-0.475]

B =

        0
   0.2470
        0
  -0.4750

>> C=[1 0 0 0 ; 0 0 1 0]

C =

     1     0     0     0
     0     0     1     0

>> D=[0;0]

D =

     0
     0
```

Deklaruje macierz jednostkową i czas próbkowania

```
>> I=eye(4)

I =
```

```
     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1

>> T=0.03

T =

    0.0300
```

Obliczam wartości macierzy A dla układu cyfrowego obserwatora od stanu

```
>> Ad=(I+A*T+(A^2*T^2)/2+(A^3*T^3)/6)

Ad =

    1.0000    0.0289   -0.0003   -0.0000
         0    0.9286   -0.0220   -0.0003
         0    0.0021    1.0091    0.0301
         0    0.1383    0.6105    1.0086

>> A

A =

         0    1.0000         0         0
         0   -2.4700   -0.7570    0.0007
         0         0         0    1.0000
         0    4.7690   20.3460   -0.0185

>> format long g
>> Ad

Ad =

  Columns 1 through 3

                         1          0.02891596864314         -0.00033217368624
                         0         0.928562734851915       -0.0219526259667812
                         0          0.00209264554575           1.009137760597
                         0         0.138298175849538         0.610489633841277

  Column 4

          -3.10811481e-006
      -0.00031245332743868
         0.030083248133265
          1.00858264350551

>> format short
>> Ad

Ad =

    1.0000    0.0289   -0.0003   -0.0000
         0    0.9286   -0.0220   -0.0003
         0    0.0021    1.0091    0.0301
         0    0.1383    0.6105    1.0086

>> Ap=[1.0000    0.0289   -0.0003   -0.0000; 0    0.0021    1.0091    0.0301;0    0.9286   -0.0220   -0.0003; 0
0.1383    0.6105    1.0086]

Ap =

    1.0000    0.0289   -0.0003         0
         0    0.0021    1.0091    0.0301
```

```
        0    0.9286   -0.0220   -0.0003
        0    0.1383    0.6105    1.0086
```

```
>> Ap=[1.0000 -0.0003 0.0289 0; 0  1.0091 0.0021 0.0301;0 -0.0220  0.9286  -0.0003;0 0.6105  0.1383 1.0086]

Ap =

    1.0000   -0.0003    0.0289         0
         0    1.0091    0.0021    0.0301
         0   -0.0220    0.9286   -0.0003
         0    0.6105    0.1383    1.0086

>> Ap(1,1)

ans =

     1

>> A11=[1.0000   -0.0003;0    1.0091]

A11 =

    1.0000   -0.0003
         0    1.0091

>> A12=[0.0289         0;0.0021    0.0301]

A12 =

    0.0289         0
    0.0021    0.0301

>> A21=[0   -0.0220;0    0.6105]

A21 =

         0   -0.0220
         0    0.6105

>> A22=[0.9286   -0.0003;0.1383    1.0086]

A22 =

    0.9286   -0.0003
    0.1383    1.0086
```

Wyznaczam macierz z wartościami własnymi pierwiastków naszego obserwatora

```
>> Ag=[0.9,0;0,0.9]

Ag =

    0.9000         0
         0    0.9000

>> A_12=inv(A12)

A_12 =

   34.6021         0
   -2.4141   33.2226

>> A_12^-1

ans =

    0.0289         0
    0.0021    0.0301
```

Macierz wzmocnień obserwatora

```
>> Lp=((A12^-1)*(A22'-Ag'))'

Lp =

    0.9896   -0.0790
    4.7855    3.2741

>> L=Lp

L =

    0.9896   -0.0790
    4.7855    3.2741
```

Wyznaczam macierz obserwowalnosci układu

```
>> V=[1,0;0.9896 ,-0.0790;0,1;  4.7855,    3.2741]

V =

    1.0000         0
    0.9896   -0.0790
         0    1.0000
    4.7855    3.2741

>> A22-L*A12

ans =

    0.9002    0.0021
   -0.0069    0.9100
```

Wznaczam wartosci macierzy F

```
>> F=L*Ag-L*A11+A21

F =

   -0.0990   -0.0131
   -0.4785    0.2547
```

Obliczam wartość macierzy B dla układu cyfrowego obserwatora od stanu

```
>> syms t
>> Bd=int(Ad*B,t,0,0.03)

Bd =

[     617711183510193/2882303761517117440]
[     1550387213301873/225179981368524800]
[ -23818192820176191/57646075230342348800]
[  -24044742165953343/1801439850948198400]

>> Bd=eval(Bd)

Bd =

    0.0002
    0.0069
   -0.0004
   -0.0133

>> B2=[-0.0004;-0.0133]

B2 =

   -0.0004
   -0.0133
```

```
>> B1=[0.0002;-0.0004]

B1 =

  1.0e-003 *

    0.2000
   -0.4000

>> B2=[0.0069;-0.0133]

B2 =

    0.0069
   -0.0133

>> Bg=B2-L*B1

Bg =

    0.0067
   -0.0129

>>
```

Po wprowadzeniu zadanych macierzy do układu rzeczywistego symulującego wahadło odwrócone, działał on poprawnie. Stabilizował on pracę wahadła po wyprowadzeniu go z równowagi, doprowadzając go na powrót do pozycji pionowej.